



Forblad

Om uarmerede betonvægges bæreevne

J.A.Pontoppidan

Tidsskrifter

BSM 22-1 Bygningsstatistiske Meddelelser

1951

OM UARMERED E BETONVÆGGES BÆREEVNE

Af

J. A. PONTOPPIDAN

Laboratoriet for Bygningsteknik har udført en forsøgsrække til bestemmelse af brudbelastningen for uarmerede vægge, der bærer som søjler. Brudbelastningen er bestemt for forskellige slankhedsforhold og for forskellige ekscentriciteter¹⁾.

Forsøgene viser, at brudspændingen, bestemt som gennemsnitsspænding over hele væggenes tværsnit, falder med voksende ekscentricitet, men er uafhængig af slankhedsforholdet $\frac{l}{b}$, når dette ikke overstiger 25.

Man kan heraf slutte, at de elastiske deformationer er uden kendelig indflydelse på brudforløbet i disse vægge.

Hvor væggene indgår som bærende led i en bygning, vil belastningen ikke virke centralt, men der vil optræde visse ekcentriciteter.

Kendskab til ekscentriciteten er nødvendig for bestemmelse af væggenes brudbelastning.

Det skal her forsøges at bestemme den ekscentricitet, hvormed belastningen virker i en bygning, der består af jernbetonplader, som hviler på sådanne uarmerede betonvægge, og på grundlag heraf at bestemme væggenes bæreevne.

Undersøgelsen er begrænset til at omfatte vægge med $\frac{l}{b} < 25$.

En beregning efter elasticitetsteorien udført under forudsætning af, at forbindelsen mellem plade og væg er stiv, vil vise, at der ofte skal optages betydelige momenter i denne forbindelse. Dette kan ikke finde sted, når væggen er uarmeret, så meget mere som der i reglen findes et støbeskel imellem den og pladen. Forudsætningen om stive hjørneforbindelser fører altså til resultater, der strider imod forudsætningen. Den må derfor opgives, og man må regne med, at plade og væg drejer sig i forhold til hinanden, som fig. 1 viser.

¹⁾ Ole Glarbo: Uarmerede Betonvægges Bæreevne, »Ingeniøren« Nr. 25/1951.

Væggen vil på denne måde modtage sin belastning ved den ene kant og dersom pladerne foroven og forneden drejer sig i modsat retning som på fig. 1, vil ekscentriciteten i hele væggenes højde være $\frac{b}{2}$. (Det ses umiddelbart at være mindre farligt for væggen, dersom pladerne drejer sig i samme retning).

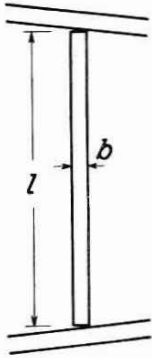


Fig. 1.

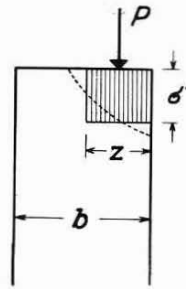


Fig. 2.

Kraften kan imidlertid ikke overføres i en linie, men må fordele sig over et endeligt areal.

Man ser, at forholdene i fugen mellem væg og plade meget ligner forholdene i en jernbetonbjælkes trykzone, efter at armeringen er begyndt at flyde; heller ikke der kan trykkraften overføres i en kant, men fordeles ved betonens plasticitet over en flade af endelig udstrækning.

Spændingsfordelingen i en bjælkes trykzone er ifølge Granholm¹⁾ sådan, at den med hensyn til resultantens størrelse og beliggenhed kan erstattes af den simple fordeling i fig. 2, hvor σ' er en formel brudspænding.

Granholm angiver $\sigma' = \text{ca. } 0,6 \sigma_T$.

Det bemærkes, at σ' ikke er kantspændingen og z ikke afstanden til nullinien, men begge er regnestørrelser, som er valgt således, at den rektangulære spændingsfigur får samme areal og tyngdepunktsbeliggenhed som den virkelige spændingsfigur, der har en krum begrænsningskurve.

Forudsætter man, at spændingsfordelingen under pladen følger samme lov som i en bjælkes trykzone, vil betonens plasticitet fordele P over et så stort areal, at $\sigma' = 0,6 \sigma_T$. Under denne forudsætning er man i stand til at bestemme ekscentriciteten. Fordeling efter denne lov

¹⁾ Hj. Granholm: En ny berækningsmetode för armerad betong, Göteborg 1944.

forudsætter, at hele den krumme spændingsfigur ligger inden for tværsnittet, hvilket iflg. Granholm er tilfældet for $z \leq 0,85 b$.

Falder nullinien uden for tværsnittet, kan man sætte $\sigma' = \beta \sigma_T$, hvor β må afhænge af ekscentriciteten. Ved central belastning skal man have $\sigma' = \sigma_P = 0,75 \sigma_T$.

En bestemmelse af ekscentriciteter og spændinger kan med $\sigma' = 0,6 \sigma_T$ ske således:

$$z = \frac{P}{B \cdot 0,6 \sigma_T}$$

$$e = \frac{b-z}{2} = \frac{b - \frac{P}{B \cdot 0,6 \cdot \sigma_T}}{2}$$

hvor B er væggens bredde og b dens tykkelse.

$$\frac{e}{k} = \frac{6e}{b} = \frac{6b - \frac{10P}{B \cdot \sigma_T}}{2b} = 3 - 5 \frac{\sigma_o}{\sigma_T} \quad (1)$$

hvor $\sigma_o = \frac{P}{B \cdot b}$.

Efter at ekscentriciteten således er bestemt, finder man følgende spændinger i de snit, der ligger noget fjernet fra fugen, idet man forudsætter retliniet spændingsfordeling:

$$\sigma = \sigma_o \left(1 \pm \frac{e}{k} \right) = \sigma_o \left(1 \pm \left(3 - 5 \frac{\sigma_o}{\sigma_T} \right) \right) = \left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \left(4 - 5 \frac{\sigma_o}{\sigma_T} \right) \\ \sigma_o \left(-2 + 5 \frac{\sigma_o}{\sigma_T} \right) \end{array} \right.$$

Heraf ser man, at:

- Største trykspænding optræder for $\sigma_o = 0,4 \sigma_T$ og har størrelsen $0,8 \sigma_T$.
- Største trækspænding optræder for $\sigma_o = 0,2 \sigma_T$ og har størrelsen $\div 0,2 \sigma_T$.
- $z = 0,85 b$ svarer til $P = 0,6 \cdot 0,85 \sigma_T \cdot b \cdot B$. d. v. s. $\sigma_o = 0,51 \sigma_T$.

Til de beregnede spændinger skal her knyttes følgende bemærkninger:

- Den beregnede trykspænding er en kantspænding, beregnet under forudsætning af retliniet spændingsfordeling. For at bedømme, om den kan medføre brud, må man sammenligne den med betonens bøjningsstrykstyrke, som er ca. $1,25 \sigma_T$. Det ses, at tryk-

brud ikke kan ventes, så længe spændingsfordelingen er retliniet og trækspændinger kan optages.

ad b. Den beregnede trækspænding må sammenlignes med betonens bøjningstrækstyrke. Denne må i reglen regnes at være mindre end $0,2 \sigma_T$, således at væggen vil få trækrevner allerede ved $\sigma_o < 0,2 \sigma_T$. Det må derfor undersøges, om væggen, også efter at disse revner er opstået, kan tåle en forøgelse af belastningen. Denne undersøgelse foretages i de næste afsnit.

ad c. Denne spænding danner grænse for det område, hvor man kan regne $\sigma' = 0,6 \sigma_T$.

Fig. 3 viser for $\sigma_o < 0,51 \sigma_T$ sammenhængen mellem $\frac{e}{k}$ og σ_o , således som den følger af (1). Det krumme stykke af kurven, der gælder for $\sigma_o > 0,51 \sigma_T$, og som er vist stiptet, er indlagt således, at det tangerer σ_o -aksen i $\sigma_o = \sigma_P = 0,75 \sigma_T$.

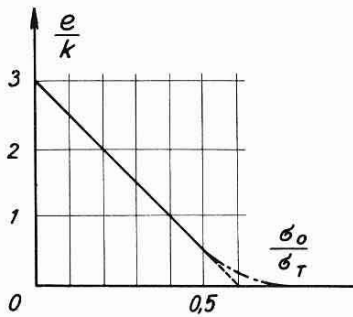


Fig. 3.

Sammenligning med forsøgresultaterne.

Ved forsøgsvæggene var opstillingen sådan, at ekscentriciteten var kendt, og den her foretagne bestemmelse af ekscentriciteten kan derfor kontrolleres ved sammenligning med forsøgene. Det viser sig at man ved at forudsætte en spændingsfordeling, der i brudøjeblikket svarer til den, der ovenfor er forudsat for fugen, finder udmærket overensstemmelse med forsøgsresultaterne. Dette kunne tyde på, at der i brudøjeblikket findes mindst een revne, hvori træk ikke kan optages, og at brud indtræffer, når betonens plasticitet ikke mere kan fordele spændingerne i overensstemmelse med den ekscentricitet, som forsøgsopstillingen dikterer.

Omskriver man (1) således, at $\frac{\sigma_{brud}}{\sigma_T}$ udtrykkes ved $\frac{e}{k}$, får man:

$$\frac{\sigma_{brud}}{\sigma_T} = 0,60 - 0,2 \frac{e}{k} \quad (2)$$

For de ekscentriciteter, forsøget behandler, giver dette:

$\frac{e}{k}$	$\frac{\sigma_{brud}}{\sigma_T}$	
	efter (2)	ifølge forsøgene
0	0,60	0,62 (0,60)
$\frac{1}{2}$	0,50	0,52 (0,40)
1	0,40	0,44 (0,29)

De i parentes angivne forsøgsresultater gælder for de undersøgte 10 cm vægge for hvilke $\frac{l}{b} > 25$. Man ser, at overensstemmelsen er god for de svære vægges vedkommende og for de tynde vægges, når disse er centralt belastede.

For de tynde ekscentrisk påvirkede vægge giver (2) for stor brudspænding, hvilket antagelig skyldes, at væggens elastiske udbøjning ved disse slanke vægge har en kendelig indflydelse på ekscentriciteten i brudtværssnittet.

Ved sammenligningen er der ikke taget hensyn til, at (2) kun er gyldig for $\sigma_{brud} < 0,51 \sigma_T$, mens man for $\sigma_{brud} > 0,51 \sigma_T$ skulle finde værdier, som svarer til den nederste krumme del af kurven i fig. 3. Man kan imidlertid ikke vente, at forsøg skulle kunne give disse høje brudspændinger, da det ville fordrer en centrering, som ikke kan gennemføres med et så inhomogent materiale som beton.

Sammenligningen viser, at det er berettiget at regne (1) og (2) gyldige helt til brud, således at man derved tager hensyn til, at fuldkommen centrering ikke kan opnås.

Den revnede vægs stabilitet:

Fig. 4 viser en væg, som bærer lasten P . På grund af pladernes drejning angriber P i linien 1—1, hvis beliggenhed kan bestemmes af (1). Hvis væggen revner ved n , vil de to vægdele dreje sig, som figuren viser. Derved lukkes fugerne mellem væg og plade, således at de forhold, som medførte, at 1—1 måtte være kraftangrebslinie, ikke mere er til stede. P flytter sig derfor under drejningen til f. eks. linien 2—2, samtidig med at der ved n opstår en udbøjning u .

Udbøjningen medfører, at ekscentriciteten ved n vokser, mens flytningen af angrebslinien bevirker, at den aftager. Muligvis vil kraften også efter at være flyttet til linien 2—2 påvirke snit n med en ekscen-

tricitet, der er større, end (1) angiver. I så fald kan der ikke være ligevægt til stede, og væggenes to dele vil fortsætte deres drejning. Dette vil medføre, at kraftens angrebslinie flytter sig endnu et stykke, til linien 3—3, så at ekscentriciteten ved o og m nu har modsat fortegn i forhold til den oprindelige. Væggen vil komme i ligevægt, såfremt tværsnittene

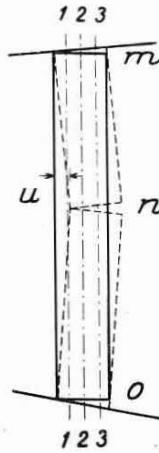


Fig. 4.

m og o kan tåle en så stor ekscentricitet, som er nødvendig til at reducere ekscentriciteten ved n til en sådan størrelse, at kraften kan optages her, d. v. s. som (1) angiver. Dette kan kort udtrykkes således:

I brudtilstanden må ekscentriciteten ved n være lig med den ved m og o , men med modsat fortegn.

Ved at sammenholde dette med (1) får man mulighed for at bestemme den kritiske belastning, brudlasten.

Udbøjningens størrelse vil være afhængig af pladernes drejningsvinkel, fordi væggenes to dele må dreje sig så meget, at fugen mellem væg og plade lukkes. Desuden må vægdelene dreje sig endnu en lille vinkel, for at den nødvendige flytning af kraften til linien 3—3 kan finde sted. Denne sidste drejning er imidlertid af samme størrelsesorden som væggenes elastiske deformationer og kan derfor bortkastes i beregningerne.

Fig. 5 viser en væg, der er belastet netop til $\sigma = \sigma_{krit}$. Revnen n befinder sig i afstanden $a l$ fra den øverste ende af væggen.

I brudtilstanden skal ifølge det tidligere gælde:

$$\theta_o \cdot (1 \div a) l \div e_o = e_o$$

$$e_o = \frac{1}{2} \theta_o (1 \div a) l$$

α bestemmes deraf, at begge vægdele må have drejet sig netop tilstrækkeligt til at lukke fugerne ved pladen. En yderligere drejning, som antydtes på fig. 5, ville nemlig medføre en forøgelse af afstanden mellem

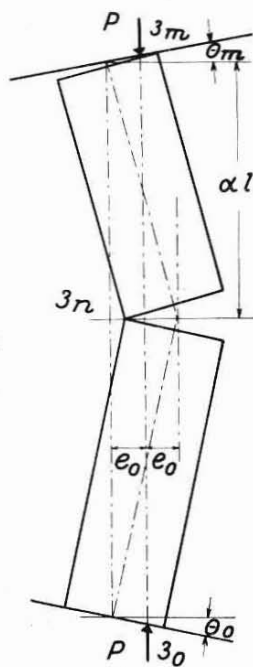


Fig. 5.

punkterne $3m$ og $3o$.

$$\alpha = \frac{\theta_o}{\theta_m + \theta_o}$$

Den kritiske værdi for e_o bliver herefter:

$$e_{o \text{ krit}} = \frac{\theta_o \theta_m}{\theta_m + \theta_o} \cdot \frac{l}{2}$$

Heraf følger ved anvendelse af (1)

$$e_{o \text{ krit}} = \frac{b}{6} \left(3 - 5 \frac{\sigma_{o \text{ krit}}}{\sigma_T} \right) = \frac{\theta_m \theta_o}{\theta_m + \theta_o} \frac{l}{2}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{o \text{ krit}} = 0,6 \sigma_T \left(1 - \frac{\theta_m \theta_o}{\theta_m + \theta_o} \frac{l}{b} \right)}} \quad (3)$$

En nærmere undersøgelse af (3) viser, at σ_{krit} kun er mindre end $0,6 \sigma_T$, dersom θ_m og θ_o har samme fortegn, d. v. s. dersom pladerne drejer sig i modsat retning, og kun dersom begge pladerne drejer sig.

Ved ensidigt belastede vægge kan pladedrejningerne praktisk talt aldrig gå i modsat retning; for disse vægge er reduktion på grund af slankheden derfor ikke nødvendig.

Dette måske overraskende resultat forstås ved betragtning af fig. 6, hvor man ser, at man, dersom pladerne ikke drejer sig modsat, altid har mindre ekscentriciteter i væggens midte end ved enden.

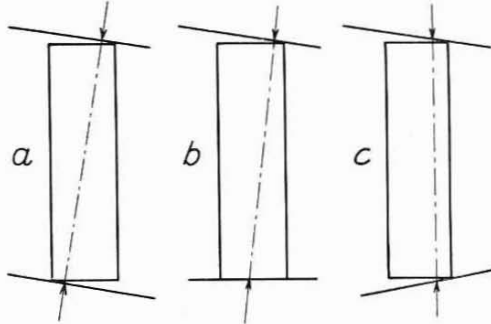


Fig. 6.

Pladernes drejning, θ kan bestemmes ud fra følgende udtryk:

$$\theta \sim \frac{s}{3} \frac{M_{plade}}{E_b J} \sim \frac{s}{3} \frac{M^2}{E_b W h} \sim \frac{2}{3} \frac{s}{h} \frac{\sigma_{plade}}{E_b}$$

hvor s er pladens spændvidde og h dens tykkelse.

Sætter man heri $\frac{s}{h} = 40$ og $\frac{\sigma_{plade}}{E_b} = 0,75 \cdot 10^{-3}$, tal, der begge er større, end de forekommer i praksis, finder man som en absolut største værdi for det θ , der kan optræde i en jernbetonplade, der belastes op til brudgrænsen:

$$\theta = 2 \cdot 10^{-2}$$

Maksimalværdien for $\frac{\theta_m \theta_o}{\theta_m + \theta_o}$ bliver herefter 10^{-2} , således at man til praktisk brug kan regne

$$\underline{\sigma_{krit} = 0,6 \sigma_T \left(1 - \frac{1}{100} \frac{l}{b}\right)} \quad (4)$$

Denne formel vil være på den sikre side for $\frac{l}{b} < 25$.

Konklusion:

1. Når en uarmeret væg påvirkes af en belastning i væggens plan, og belastningen overføres fra plader, som danner en lille vinkel med endefladernes plan, vil betonens plasticitet medføre, at ekscentriciteten indstiller sig således at

$$\frac{e}{k} \leq 3 - 5 \frac{\sigma_o}{\sigma_T} \quad (1)$$

2. Der kan allerede for belastninger, der medfører $\sigma_o = \text{ca. } 0,2 \sigma_T$, opstå trækrevner i væggen.

3. Den opstillede teori fører til den opfattelse af de ved forsøgene opnåede brud, at de alle er sket, efter at væggen ved en eller anden belastning har fået en revne i træksiden. Betonens plasticitet har derefter fordelt trykket over det resterende tværsnit i overensstemmelse med den ekscentricitet, hvormed kraften virker. Når belastningen svarer til

$$\sigma = \sigma_T \left(0,60 - 0,2 \frac{e}{k} \right) \quad (2)$$

kan trykspændingen i de ydre, trykkede fibre ikke stige yderligere. En forøgelse af trykkraften fører derfor til, at de indre kræfter får mindre ekscentricitet end de ydre, således at ligevægten ikke kan opretholdes.

4. Den revnede væg vil under forudsætning af, at belastningen kan overføres til en vilkårlig del af væggens tværsnit, have en bæreevne svarende til

$$\frac{\sigma_o}{\sigma_T} \geq 0,6 \left(1 - \frac{\theta_m \theta_o}{\theta_m + \theta_o} \frac{l}{b} \right) \quad (3)$$

hvor θ_m og θ_o er vinklerne mellem pladen og væggens endeflader henholdsvis foroven og forneden.

5. Det foreslås at dimensionere uarmerede vægge, som bærer jernbetonplader, hvis armering går igennem væggen, ud fra en tilladelig spænding:

$$\sigma_{till} = r_o \left(1 - \frac{1}{100} \frac{l}{b} \right), \text{ når forholdet } \frac{l}{b} < 25 \quad (4a)$$

hvor r_o er den tilladelige spænding i en væg med lille højde i forhold til tykkelsen.

Fig. 7 viser grafisk formel (4a) sammen med de dimensioneringsregler, normerne foreskriver.

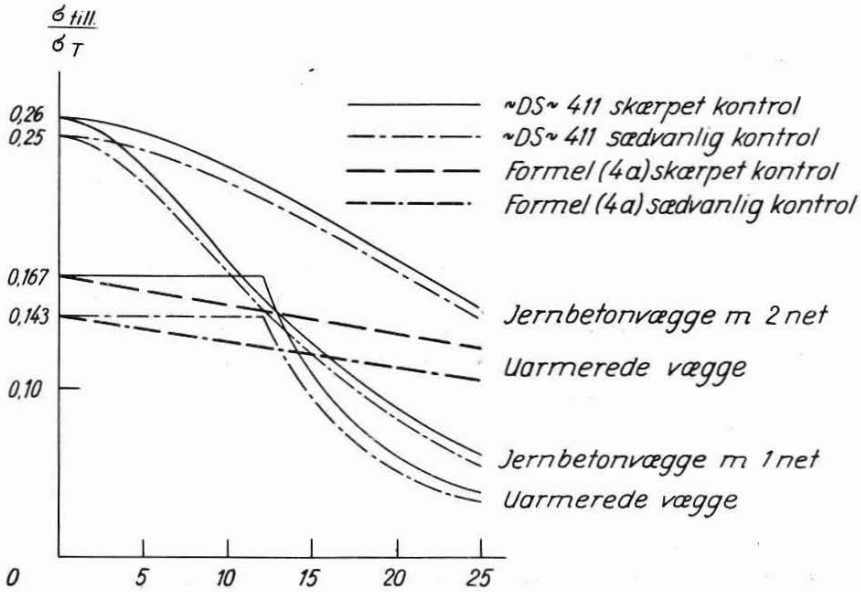


Fig. 7.

English Summary.

A treatise on the carrying capacity of concrete walls without reinforcement.

From report No. L 10^o50 from the Structural Research Laboratory of the Royal Technical College in Copenhagen it is observed that concrete walls without reinforcement show ultimate stresses independent of the ratio of slenderness when this ratio $\left(\frac{\text{height}}{\text{thickness}} = \frac{l}{b}\right)$ is below 25.

The same report deals with the investigation of ultimate stresses at different ratios of eccentricity.

In order to utilise the results given in the report the actual eccentricities occurring in ordinary structures must be determined. The present paper deals with this problem and treats it by means of the theory of plasticity, presuming that no tension can be transferred to the wall neither at the upper nor at the lower end. All elastic deformations being neglected, the derivation is valid for $\frac{l}{b} < 25$ only.

The plastic deformations of the concrete will involve such a distribution of the load that the eccentricity $\frac{e}{k}$ will be:

$$\frac{e}{k} = 3 - 5 \frac{\sigma_o}{\sigma_T}$$

k is the core radius, σ_o the ratio: load to area of the walls cross-section, σ_T is the cube strength of the concrete. When $\sigma_o = 0,2 \sigma_T$ tension stresses will occur larger than the tensile strength of the concrete.

Consequently the wall must be treated under the assumption of a horizontal crack having developed somewhere in it. In the crack no tension stresses can be transferred from one part of the wall to the other. The conditions of stability is proved to be

$$\sigma_o < \sigma_{crit} = 0,6 \sigma_T \left(1 - \frac{\theta_m \theta_o}{\theta_m + \theta_o} \frac{l}{b} \right) \quad (3)$$

here θ_m and θ_o indicates the largest angles of inclination which occur at the ends of the slabs at the top and the bottom of the wall. For ordinary slabs these angles never will exceed $2 \cdot 10^{-2}$. It must be pointed out that the slab is assumed to be supported by the entire cross-section of the wall.

As a test of the method the carrying capacity of walls, tested by the Structural Research Laboratory and described in the report mentioned above, is calculated.

A good accordance is found to the measured results.

Selskabet har modtaget:

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLAS HANDLINGAR
nr. 111, 1951.

AMERIKANSK OCH SVENSK JORDKLASSIFIKATION
Specielt för väger och flygfält

af *Gunnar Beskow*.

44 sider, pris sv. kr. 2,—.